高二数学试题参考答案(文科)

1. D　因为 $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{8}=1$，所以 $a^2=16$，则实轴长 $2a=8$.

2. A　若 $d>1$，则 $\forall n\in\mathbf{N}^*$，$a_{n+1}-a_n=d>1>0$，

所以，$\{a_n\}$是递增数列；

若$\{a_n\}$是递增数列，则 $\forall n\in\mathbf{N}^*$，$a_{n+1}-a_n=d>0$，

推不出 $d>1$.

3. D　由于 $800\div20=40$，即分段的间隔 $k=40$.

4. A　把点 $M(\frac{1}{2},2)$的坐标代入抛物线的方程得$\frac{1}{4}=4p$，解得 $p=\frac{1}{16}$，所以它的准线方程为 $y=-\frac{1}{32}$.

5. A　设这 100 个成绩的平均数记为 $\overline{x}$，则 $\overline{x}=\frac{1\times20+2\times10+3\times40+4\times10+5\times20}{100}=3$.

6. B　男员工应抽取的人数为$\frac{120-72}{120}\times15=6$.

7. C　设焦距为 $2c$，则有 $\begin{cases}25-b^2=c^2\\5+c=2b\end{cases}$，解得 $b^2=16$，所以椭圆 C:$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

8. C　当 $x\in[-\frac{\pi}{4},\frac{2\pi}{3}]$时，$2x-\frac{\pi}{6}\in[-\frac{2\pi}{3},\frac{7\pi}{6}]$，当 $2x-\frac{\pi}{6}\in[0,\pi]$，即 $x\in[\frac{\pi}{12},\frac{7\pi}{12}]$时 $f(x)\geqslant0$，则所求概率为$\frac{\frac{7\pi}{12}-\frac{\pi}{12}}{\frac{2\pi}{3}-(-\frac{\pi}{4})}=\frac{6}{11}$.

9. D　$P=1-(0.015+0.025)\times10=0.6$，由 $0.6m=33$，得 $m=55$.

10. D　$\because f'(x)=1-\sin x\geqslant0$，$\therefore$函数 $y=f(x)$是在$[0,\pi]$上的增函数，即 $f(x)_{\min}=f(0)=1$.

11. B　对于命题 p，直线 $x+2y-\sqrt{2}=0$ 与与直线 $x+2y-6\sqrt{2}=0$ 的距离 $d=\frac{|-\sqrt{2}+6\sqrt{2}|}{\sqrt{1+2^2}}=\sqrt{10}>1$，所以命题 p 为假命题，于是 $\neg p$ 为真命题；

对于命题 q，椭圆 $2x^2+27y^2=54$ 与双曲线 $9x^2-16y^2=144$ 有相同的焦点$(\pm5,0)$，故 q 为真命题，

从而$(\neg p)\wedge q$ 为真命题.

12. C　由已知$|BF_2|-|BF_1|=2a$，$|AF_1|-|AF_2|=2a$，又$\triangle ABF_2$ 为等边三角形，所以$|AF_1|-|AF_2|=|BF_1|=2a$，所以$|BF_2|=4a$. 在$\triangle AF_1F_2$ 中，$|AF_1|=6a$，$|AF_2|=4a$，$|F_1F_2|=2c$，$\angle F_1AF_2=60°$，由余弦定理得 $4c^2=36a^2+16a^2-2\times6a\times4a\times\cos60°$，所以 $c^2=7a^2$，$b^2=c^2-a^2=6a^2$，所以$\frac{b}{a}=\sqrt{6}$.

13. 3　由已知 $a^2=4$，$b^2=m$，则 $c^2=4-m$，所以 $e^2=\frac{c^2}{a^2}=\frac{4-m}{4}=\frac{1}{4}$，解得 $m=3$.

14. $\frac{5}{e^3}$　因为 $f(x)=(x^2+x-1)e^x$，所以 $f'(x)=(x^2+3x)e^x$.

由 $f'(x)<0$，得$-3<x<0$；由 $f'(x)>0$，得 $x>0$ 或 $x<-3$.

因此，$f(x)$的极大值为 $f(-3)=\frac{5}{e^3}$.

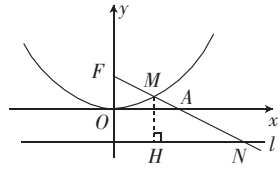
15. $\frac{6}{11}$　当 $x\in[-\frac{\pi}{4},\frac{2\pi}{3}]$时，$2x-\frac{\pi}{6}\in[-\frac{2\pi}{3},\frac{7\pi}{6}]$，当 $2x-\frac{\pi}{6}\in[0,\pi]$，即 $x\in[\frac{\pi}{12},\frac{7\pi}{12}]$时 $f(x)\geqslant0$，则所求概率为$\frac{\frac{7\pi}{12}-\frac{\pi}{12}}{\frac{2\pi}{3}-(-\frac{\pi}{4})}=\frac{6}{11}$.

16. $1:\sqrt{5}$　如图所示，由抛物线定义知$|MF|=|MH|$，

所以$|FM|:|MN|=|MH|:|MN|$.

由于$\triangle MHN\backsim\triangle FOA$，则$\frac{|MH|}{|HN|}=\frac{|OF|}{|OA|}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$，

则$|MH|:|MN|=1:\sqrt{5}$，即$|FM|:|MN|=1:\sqrt{5}$.



17. 解：(1)由$\begin{cases}x=3+t,\\ y=\sqrt{3}t\end{cases}$消去参数$t$，得直线$l$的普通方程为$\sqrt{3}x-y-3\sqrt{3}=0$，

…… 2分

由$\rho=2\sqrt{3}\sin\theta$得$\rho^2=2\sqrt{3}\rho\sin\theta$，$x^2+y^2=2\sqrt{3}y$，即圆$C$的直角坐标方程为$x^2+(y-\sqrt{3})^2=3$. …… 5分

(2)$P(3+t,\sqrt{3}t)$，$C(0,\sqrt{3})$，$|PC|=\sqrt{(3+t)^2+(\sqrt{3}t-\sqrt{3})^2}=\sqrt{4t^2+12}$，

$\therefore t=0$时$|PC|$最小，此时$P(3,0)$. …… 10分

18. 解：(1)由已知方程$\frac{x^2}{m+3}-\frac{y^2}{2m-1}=1$表示焦点在$y$轴上的双曲线，

所以$\begin{cases}m+3<0\\ 1-2m>0\end{cases}$，解得$m<-3$. 即$q$：$m<-3$. …… 5分

(2)若方程$x^2+2mx+(m+2)=0$有两个不等的正根，

则$\begin{cases}\Delta=4m^2-4(m+2)>0\\ -2m>0\\ m+2>0\end{cases}$　解得$-2<m<-1$，即p：$-2<m<-1$. …… 7分

因p或q为真，所以p、q至少有一个为真.

又p且q为假，所以p、q至少有一个为假.

因此，p、q两命题应一真一假，当p为真，q为假时，$\begin{cases}-2<m<-1\\ m\geqslant-3\end{cases}$，解得$-2<m<-1$； …… 9分

当p为假，q为真时，$\begin{cases}m\leqslant-2\text{ 或 }m\geqslant-1\\ m<-3\end{cases}$，解得$m<-3$. …… 11分

综上，$-2<m<-1$或$m<-3$. …… 12分

19. 解：(1)因为$\bar{x}=7$，$\bar{y}=\frac{10+8+9+6+1}{5}=6.8$，

所以，$\hat{b}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\bar{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2}=\frac{218-5\times7\times6.8}{255-5\times49}=-2$，

$\hat{a}=\bar{y}-b\bar{x}=6.8-(-2)\times7=20.8$，

于是得到y关于x的回归直线方程$\hat{y}=-2x+20.8$. …… 6分

(2)销售价为x时的利润为$w=(x-4)(-2x+20.8)=-2x^2+28.8x-83.2$

当$x=\frac{28.8}{2\times2}\approx7$时，日利润最大. …… 12分

20. (1)解：依题意得：$\frac{x+8\times2+9+10}{5}=\frac{7+8+9+11\times2}{5}-1$，解得$x=6$，$\bar{x}_{乙}=\frac{41}{5}$， …… 3分

$s^2=\frac{1}{5}[(\frac{41}{5}-6)^2+(\frac{41}{5}-8)^2\times2+(\frac{41}{5}-9)^2+(10-\frac{41}{5})^2]=1.76$. …… 6分

(2)记甲组投篮命中次数低于10次的同学为A_1，A_2，A_3他们的命中次数分别为9，8，7.

乙组投篮命中次数低于10次的同学为B_1，B_2，B_3，B_4，他们的命中次数分别为6，8，8，9.

依题意，不同的选取方法有：

(A_1,B_1)，(A_1,B_2)，(A_1,B_3)，(A_1,B_4)，(A_2,B_1)，(A_2,B_2)，(A_2,B_3)，(A_2,B_4)，(A_3,B_1)，(A_3,B_2)，(A_3,B_3)，(A_3,B_4)共12种. …… 9分

设“这两名同学的投篮命中次数之和为16”为事件C，则C中恰含有(A_2,B_2)，(A_2,B_3)，(A_3,B_4)共3种.

$\therefore P(C)=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$. …… 12分

21. 解：(1)设 $P(x_0,y_0)$，则 $Q(-x_0,-y_0)$，

所以 $\lambda=\overrightarrow{MP}\cdot\overrightarrow{MQ}=(x_0,y_0-\frac{1}{2})\cdot(-x_0,-y_0-\frac{1}{2})=-x_0^2-y_0^2+\frac{1}{4}$，又 $y_0^2=1-\frac{x_0^2}{9}$，

所以 $\lambda=-\frac{8x_0^2}{9}-\frac{3}{4}$，又 $x_0^2\in[0,9]$，所以 $\lambda\in[-\frac{35}{4},-\frac{3}{4}]$. …… 5 分

(2)因为 P 是椭圆 C 上在第一象限内的点，则 l 的斜率 $k\in(0,+\infty)$，且 $l:y=kx$.

当 $k\in(0,\frac{1}{2}]$ 时，$\triangle DEM$ 截直线 l 所得的线段的两个端点分别是直线 $l:y=kx$ 与直线 DM,EM 的交点 A，B，由已知 $DM:y=x+\frac{1}{2}$，$EM:y=-x+\frac{1}{2}$，

联立 $\begin{cases}y=kx\\y=x+\frac{1}{2}\end{cases}$ 解得 $A(\frac{1}{2(k-1)},\frac{k}{2(k-1)})$，联立 $\begin{cases}l:y=kx\\y=-x+\frac{1}{2}\end{cases}$ 解得 $B(\frac{1}{2(k+1)},\frac{k}{2(k+1)})$，

于是 $s=|AB|=\sqrt{k^2+1}\cdot|x_A-x_B|=\sqrt{k^2+1}\cdot\frac{1}{1-k^2}$；…… 8 分

当 $k\in(\frac{1}{2},+\infty)$ 时，$\triangle DEM$ 截直线 l 所得的线段的两个端点分别是直线 $l:y=kx$ 与直线 DE,EM 的交点 G，B，由已知 $DE:y=-\frac{1}{2}$，

联立 $\begin{cases}y=kx\\y=-\frac{1}{2}\end{cases}$ 解得 $G(-\frac{1}{2k},-\frac{1}{2})$，

于是 $s=s(k)=|GB|=\sqrt{k^2+1}\cdot\frac{2k+1}{2k(k+1)}$. …… 11 分

综上所述，$s=\begin{cases}\sqrt{k^2+1}\cdot\frac{1}{1-k^2},k\in(0,\frac{1}{2}]\\\sqrt{k^2+1}\cdot\frac{2k+1}{2k(k+1)},k\in(\frac{1}{2},+\infty)\end{cases}$. …… 12 分

22. 解：(1)当 $a=1$ 时，$f(x)=x^2-5x+2\ln x(x>0)$，

$\therefore f'(x)=2x-5+\frac{2}{x}$，$\therefore f(1)=-4$，$f'(1)=-1$. …… 3 分

$\therefore$ 切线方程为 $y+4=-(x-1)$，即 $x+y+3=0$. …… 4 分

(2)函数 $f(x)=ax^2-(a+4)x+2\ln x$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，…… 5 分

当 $a>0$ 时，$f'(x)=2ax-(a+4)+\frac{2}{x}=\frac{2ax^2-(a+4)x+2}{x}=\frac{(2x-1)(ax-2)}{x}$，

令 $f'(x)=0$ 得 $x=\frac{1}{2}$ 或 $x=\frac{2}{a}$，…… 6 分

①当 $0<\frac{2}{a}\leqslant1$，即 $a\geqslant2$ 时，$f(x)$ 在 $[1,2e]$ 上递增，

$\therefore f(x)$ 在 $[1,2e]$ 上的最小值为 $f(1)=-4$，符合题意；…… 7 分

②当 $1<\frac{2}{a}<2e$，即 $\frac{1}{e}<a<2$ 时，$f(x)$ 在 $[1,\frac{2}{a}]$ 上递减，在 $[\frac{2}{a},2e]$ 上递增，

$\therefore f(x)$ 在 $[1,2e]$ 上的最小值为 $f(\frac{2}{a})<f(1)=-4$，不合题意；…… 9 分

③当 $\frac{2}{a}\geqslant2e$，即 $0<a\leqslant\frac{1}{e}$ 时，$f(x)$ 在 $[1,2e]$ 上递减，

$\therefore f(x)$ 在 $[1,2e]$ 上的最小值为 $f(2e)<f(1)=-4$，不合题意. …… 11 分

综上，a 的取值范围是 $[2,+\infty)$. …… 12 分