合肥市2016年高三第三次教学质量检测
数学试题(文)参考答案及评分标准

一、选择题:每小题5分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	A	A	B	D	C	B	C	A	B	D	D

二、填空题:每小题5分.

(13)1　　(14)$\frac{3}{5}$　　(15)$2\sqrt{5}$　　(16)$(6,4\sqrt{3}]$

三、解答题

(17)解:(Ⅰ)由$a_3\cdot a_4=a_{12}$得,$(1+2d)\cdot(1+3d)=1+11d\Rightarrow d=1$或$d=0$(不合题意舍去),∴数列$\{a_n\}$的通项公式$a_n=n$. ……6分

(Ⅱ)依题意,$b_n=a_n\cdot 2^n=n\cdot 2^n$,

$$T_n=1\times 2^1+2\times 2^2+3\times 2^3+\cdots+n\times 2^n$$
$$2T_n=1\times 2^2+2\times 2^3+\cdots+(n-1)\times 2^n+n\times 2^{n+1}$$

两式相减,得

$$-T_n=2^1+2^2+2^3+\cdots+2^n-n\times 2^{n+1}$$
$$-T_n=\frac{2(1-2^n)}{1-2}-n\times 2^{n+1}=(1-n)2^{n+1}-2$$
$$\therefore T_n=(n-1)2^{n+1}+2\ .$$

……12分

(18)解:(Ⅰ)频率分布直方图略; ……6分

(Ⅱ)①由数据估计中位数为:$4+\frac{26}{40}\times 4=6.6$, ……8分

估计平均数为：$2\times0.24+6\times0.4+10\times0.28+14\times0.06+18\times0.02=6.88$；

……10 分

②将频率看作概率，知 $P(t\geqslant8)=0.36$

$\therefore 3000\times0.36=1080$. ……12 分

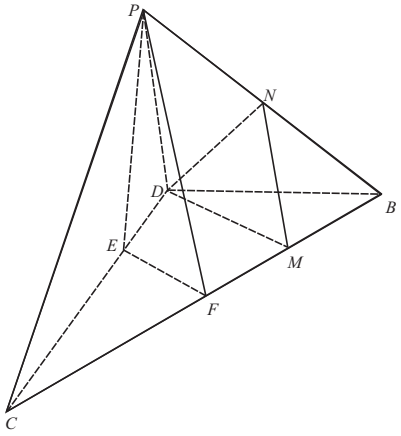
(19)（本小题满分 12 分）

解：(Ⅰ)$\because BD\perp PD, BD\perp CD$ 且 $PD\cap DC=D$，$\therefore$

$BD\perp$平面 PCD

而 $PE\subset$平面 PCD.

$\therefore BD\perp PE$； ……6 分



(Ⅱ)由题意，得 $BM=\frac{1}{4}BC$，

取 BC 的中点 F，则 $PF\parallel MN$，$\therefore PF\parallel$平面 DMN，

由条件 $PE\parallel$平面 DMN，$PE\cap PF=P$，

$\therefore$平面 $PEF\parallel$平面 DMN

$\therefore EF\parallel DM$

$\therefore \frac{DE}{DC}=\frac{MF}{MC}=\frac{1}{3}$. ……12 分

(20)解：(Ⅰ)$\frac{x^2}{4}+y^2=1$； ……5 分

(Ⅱ)(1)当直线 l 的斜率存在时，设 $l: y=kx+n$，

由 $\begin{cases}y=kx+n\\ \frac{x^2}{4}+y^2=1\end{cases}$，得 $(1+4k^2)x^2+8knx+4n^2-4=0$，

设 $A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$，

则 $x_1+x_2=-\dfrac{8kn}{1+4k^2}$，$x_1\cdot x_2=\dfrac{4n^2-4}{1+4k^2}$

$\therefore \overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=x_1x_2+y_1y_2=x_1x_2+(kx_1+n)(kx_2+n)=(1+k^2)x_1x_2+kn(x_1+x_2)+n^2$

$=\dfrac{(1+k^2)(4n^2-4)-8k^2n^2+n^2+4k^2n^2}{1+4k^2}=\dfrac{5n^2-4(1+k^2)}{1+4k^2}$，

$\because$ 直线 l 与圆 C 相切，$\therefore \dfrac{|n|}{\sqrt{1+k^2}}=r$，即 $n^2=r^2(1+k^2)$，

$\therefore \overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\dfrac{(5r^2-4)(1+k^2)}{1+4k^2}$，

$\because OA\perp OB\therefore \overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$，故 $5r^2-4=0$，$\therefore r=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

(2)当 $l\perp x$ 轴时，由 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\dfrac{5\mathrm{r}^2-4}{4}=0$　同样可得 $r=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，

综上，当 $OA\perp OB$ 时，r 的值为 $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.　　……12 分

(21)解：(Ⅰ) $f'(x)=a^x\ln a-a=0$，

$\because a>1$，$\therefore a^x=\dfrac{a}{\ln a}$，即 $x=\log_a\left(\dfrac{a}{\ln a}\right)=1-\log_a(\ln a)$，

$\therefore f(x)$ 在 $\left(-\infty,1-\log_a(\ln a)\right)$ 上为减函数，在 $\left(1-\log_a(\ln a),+\infty\right)$ 上为增函数，

$\therefore f(x)$ 的极小值点为 $x=1-\log_a(\ln a)$；　　……5 分

(Ⅱ)设 $g(x)=f(x)-f'(x)+a\log_a\dfrac{9}{2e}=a^x-ax-a^x\ln a+a+a\log_a\dfrac{9}{2e}$

$=(1-\ln a)\cdot a^x-ax+a+a\log_a\dfrac{9}{2e}$

$\therefore g'(x)=(1-\ln a)a^x\ln a-a$

①当$0<a<1$时，$(1-\ln a)\ln a<0, g'(x)<0$，$g(x)$在$R$上单调递减，

$\because g(2)=(1-\ln a)\cdot a^2-a+a\log_a\frac{9}{2e}=a[(1-\ln a)\cdot a-1+\log_a\frac{9}{2e}]<a[a-a\ln a-1]$

设$\varphi(a)=a-a\ln a-1, a\in(0,1)$，

则$\varphi'(a)=-\ln a>0$，$\therefore\varphi(a)$在$(0,1)$递增，而$\varphi(1)=0$

$\therefore\varphi(a)<\varphi(1)=0\therefore g(2)<0$

$\therefore 0<a<1$时，不能保证$g(x)\geq 0$对一切$x\in R$恒成立

②当$a\geq e$时，$(1-\ln a)\ln a<0, g'(x)<0$，$g(x)$在$R$上单调递减，

$\because g(2)=a[(1-\ln a)\cdot a-1+\log_a\frac{9}{2e}]<a[(1-\ln a)a]=a^2(1-\ln a)\leq 0$

$\therefore a\geq e$时，不能保证$g(x)\geq 0$对一切$x\in R$恒成立

③当$1<a<e$时，由$g'(x)=0$，得：$a^x=\frac{a}{(1-\ln a)\ln a}$，$\therefore x=\log_a\frac{a}{(1-\ln a)\ln a}$，

$\therefore g(x)$在$\left(-\infty,\log_a\frac{a}{(1-\ln a)\ln a}\right)$上为减函数，在$\left(\log_a\frac{a}{(1-\ln a)\ln a},+\infty\right)$上为增函数，

$\therefore g_{\min}(x)=(1-\ln a)\cdot\frac{a}{(1-\ln a)\ln a}-a\log_a\frac{a}{(1-\ln a)\ln a}+a+a\log_a\frac{9}{2e}$

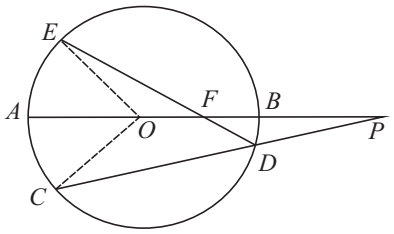
$=a\log_a e+a\log_a[(1-\ln a)\cdot\ln a]+a\log_a\frac{9}{2e}=a\log_a\left[\frac{9}{2}(1-\ln a)\cdot\ln a\right]\geq 0$

$\because 1<a<e$，$\therefore\frac{9}{2}(1-\ln a)\cdot\ln a\geq 1$，$\therefore\frac{1}{3}\leq\ln a\leq\frac{2}{3}$，即$e^{\frac{1}{3}}\leq a\leq e^{\frac{2}{3}}$，

故a的取值范围是$[e^{\frac{1}{3}},e^{\frac{2}{3}}]$.　　……12分

选修 4－1：几何证明选讲

(22)解：(Ⅰ)连接 OE、OC，



$\because \overset{\frown}{AE}=\overset{\frown}{AC}$，

$\therefore \angle EOA=\angle COA=\dfrac{1}{2}\angle EOC$，

又 $\angle EDC=\dfrac{1}{2}\angle EOC$，

$\therefore \angle EDC=\angle COA$，故 $\angle FDP=\angle COP$，

$\because \angle P=\angle P$

$\therefore \Delta FDP\backsim\Delta COP$，

$\therefore \dfrac{PF}{PC}=\dfrac{PD}{PO}\Rightarrow PF\cdot PO=PC\cdot PD$，

由割线定理得 $PA\cdot PB=PC\cdot PD$，

$\therefore PF\cdot PO=PA\cdot PB$. ……5 分

(Ⅱ)由(Ⅰ)知 $\Delta FDP\backsim\Delta COP$，则 $\dfrac{DF}{OC}=\dfrac{PD}{PO}$，

设⊙O 的半径为 r，则 $\dfrac{\frac{20}{7}}{r}=\dfrac{4}{2+r}\Rightarrow r=5$，

故由 $PA\cdot PB=PC\cdot PD$ 得，$12\times 2=4(4+CD)\Rightarrow CD=2$，

∴弦 CD 的弦心距为 $\sqrt{5^2-1^2}=2\sqrt{6}$. ……10 分

选修 4－4：坐标系与参数方程

(23)解：(Ⅰ)由 $\begin{cases}x=2\cos\alpha\\ y=2+2\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数）得，$x^2+(y-2)^2=4$ 即 $x^2+y^2-4y=0$，

根据$\rho=\sqrt{x^2+y^2},\rho\sin\theta=y$得曲线$C$的极坐标方程为$\rho=4\sin\theta$.

直线$l:\begin{cases}x=3+\sqrt{2}t\\y=\sqrt{2}t\end{cases}$（$t$为参数）的普通方程为$x-y-3=0$. ……5分

（Ⅱ）A、B两点间距离$|AB|$的最小值即是圆$x^2+(y-2)^2=4$的圆心$(0,2)$到直线$x-y-3=0$的距离减去半径2，即$\frac{|0-2-3|}{\sqrt{2}}-2=\frac{5\sqrt{2}-4}{2}$，

故$|AB|$的最小值为$\frac{5\sqrt{2}-4}{2}$. ……10分

选修4－5：不等式选讲

(24)解：（Ⅰ）当$m=-1$时，不等式$f(x)\le 3\Leftrightarrow|x-1|+|2x+1|\le 3$，

若$x\le-\frac{1}{2}$，则$f(x)\le 3\Leftrightarrow 1-x-2x-1\le 3\Rightarrow x\ge-1$，

故$-1\le x\le-\frac{1}{2}$；

若$-\frac{1}{2}<x\le 1$，则$f(x)\le 3\Leftrightarrow 1-x+2x+1\le 3\Rightarrow x\le 1$，

故$-\frac{1}{2}<x\le 1$；

若$x>1$，则$f(x)\le 3\Leftrightarrow x-1+2x+1\le 3\Rightarrow x\le 1$，这与$x>1$矛盾，

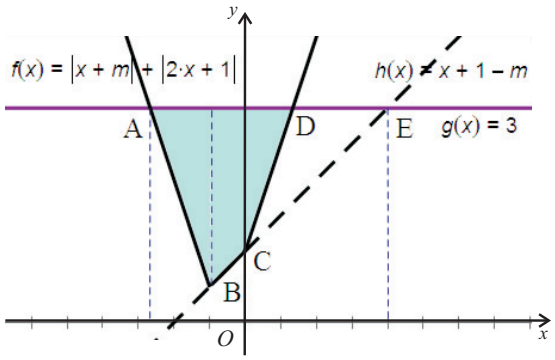
故$x\in\varnothing$；

综上所述，当$m=-1$时，不等式$f(x)\le 3$的解集为$[-1,1]$. ……5分

（Ⅱ）若$m\in(-1,0]$，则$f(x)=|x+m|+|2x+1|=\begin{cases}-3x-1-m\ ,x\le-\frac{1}{2}\\x+1-m\ ,-\frac{1}{2}<x\le-m\\3x+1+m\ ,x>-m\end{cases}$，

画出函数 $y=f(x)$ 的图象与直线 $y=3$（草图），

则 $f\left(x\right)=\left|x+m\right|+\left|2x+1\right|$ 的图象与直线 $y=3$ 围成的多边形为四边形 $ABCD$，



易得 $A(-\frac{4+m}{3},3),B(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}-m)$，

$C(-m,1-2m),D(\frac{2-m}{3},3),E(2+m,3)$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 的面积为 $S=\frac{(2m+5)^2}{6}-\frac{4(m+1)^2}{3}=\frac{-4m^2+4m+17}{6}$，

$\therefore$ 当 $m\in(-1,0]$ 时，四边形 $ABCD$ 的面积的最大值为 $\frac{17}{6}$. ……10 分