



第4课时 利用斜边、直角边判定直角三角形全等

名师点金

判定直角三角形全等的“四种思路”:

(1)若已知条件中有一组直角边和一组斜边分别相等,用“HL”判定.

(2)若有一组锐角和斜边分别相等,用“AAS”判定.

(3)若有一组锐角和一组直角边分别相等,①直角边是锐角的对边,用“AAS”判定;②直角边是锐角的邻边,用“ASA”判定.

(4)若有两组直角边分别相等,用“SAS”判定.

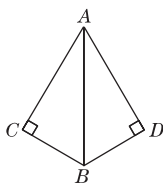
I 夯实基础·逐点练 (点拨见175页)

随堂导练

知识点1 判定两直角三角形全等的方法:斜边、直角边

- 1.如图, $\angle C = \angle D = 90^\circ$, 添加一个条件, 可使用“HL”判定 $\text{Rt}\triangle ABC$ 与 $\text{Rt}\triangle ABD$ 全等. 以下给出的条件适合的是(**A**)

- A. $AC = AD$
B. $AB = AB$
C. $\angle ABC = \angle ABD$
D. $\angle BAC = \angle BAD$



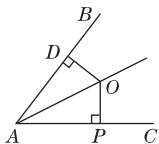
(第1题)

2. (中考·西宁) 下列可使两个直角三角形全等的条件是(**D**)

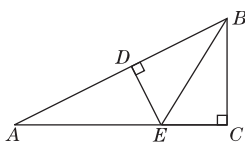
- A. 一个锐角对应相等 B. 两个锐角对应相等
C. 一条边对应相等 D. 两条边对应相等

- 3.如图, $OD \perp AB$ 于 D , $OP \perp AC$ 于 P , 且 $OD = OP$, 则 $\triangle AOD$ 与 $\triangle AOP$ 全等的理由是(**D**)

- A. SSS B. ASA C. SSA D. HL



(第3题)



(第4题)

- 4.如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $ED \perp AB$ 于点 D , $BD = BC$, 若 $AC = 6$ cm, 则 $AE + DE$ 等于(**C**)

- A. 4 cm B. 5 cm C. 6 cm D. 7 cm

知识点2 直角三角形全等的综合判定

- 5.下列条件可使两个直角三角形全等的是(**B**)

- A. 一条边对应相等 B. 两条直角边对应相等
C. 一个锐角对应相等 D. 两个锐角对应相等

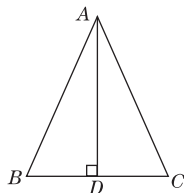
- 6.下列条件不能使两个直角三角形全等的是(**C**)

- A. 斜边和一锐角对应相等
B. 有两边对应相等
C. 有两个锐角对应相等
D. 有一直角边和一锐角对应相等

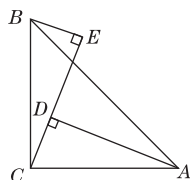
- 7.如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$, D 为 BC 的中点, 以下结论: ① $\triangle ABD \cong \triangle ACD$; ② $AB = AC$; ③ $\angle B = \angle C$;

- ④ AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线. 其中正确的有(**D**)

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个



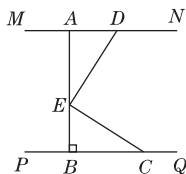
(第7题)



(第8题)

- 8.如图, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, $BE \perp CE$ 于点 E , $AD \perp CE$ 于点 D , 下面四个结论: ① $\angle ABE = \angle BAD$; ② $\triangle CEB \cong \triangle ADC$; ③ $AB = CE$; ④ $AD - BE = DE$. 其中正确的是 ①②④. (将你认为正确结论的序号都写上)

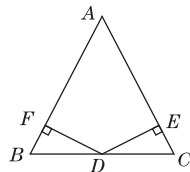
- 9.如图, $MN \parallel PQ$, $AB \perp PQ$, 点 A, D 在直线 MN 上, 点 B, C 在直线 PQ 上, 点 E 在 AB 上, $AD + BC = 7$, $AD = EB$, $DE = EC$, 则 $AB =$ 7.



(第9题)

易错点 用“斜边、直角边”证明全等时不指出是直角三角形

- 10.如图, D 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 的中点, $DE \perp AC$, $DF \perp AB$, 垂足分别为 E, F , 且 $BF = CE$. 求证: $\angle B = \angle C$.



(第10题)

证明: $\because DE \perp AC, DF \perp AB, \therefore \angle DFB = \angle DEC = 90^\circ$. $\because$ 点 D 是 BC 的中点, $\therefore BD = CD$. 在 $\text{Rt}\triangle BDF$ 和 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中, $\begin{cases} BD = CD, \\ BF = CE, \end{cases} \therefore \text{Rt}\triangle BDF \cong \text{Rt}\triangle CDE(\text{HL}). \therefore \angle B = \angle C$.

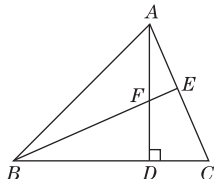


II 整合方法 · 提升练 (点拨见 175 页)

课后导练

考查角度1 利用直角三角形的判定和性质证线段垂直

11. 如图, AD 为 $\triangle ABC$ 的高, E 为 AC 上一点, BE 交 AD 于点 F , 且有 $BF=AC$, $FD=CD$. 求证: $BE \perp AC$.



(第 11 题)

证明: 在 $\text{Rt}\triangle BDF$ 和 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中,

$$\begin{cases} FD=CD, \\ BF=AC, \end{cases}$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle BDF \cong \text{Rt}\triangle ADC (\text{HL}).$$

$$\therefore \angle DBF = \angle DAC.$$

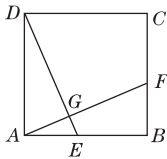
$$\text{又} \because \angle BFD = \angle AFE,$$

$$\therefore \angle AEF = \angle BDF = 90^\circ,$$

即 $BE \perp AC$.

考查角度2 利用直角三角形的判定和性质判定角相等

12. (2015·嘉兴) 如图, 正方形 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别在边 AB, BC 上, $AF=DE$, AF 和 DE 相交于点 G .



(第 12 题)

- (1) 观察图形, 写出图中所有与 $\angle AED$ 相等的角;

- (2) 选择图中与 $\angle AED$ 相等的任意一个角, 并加以证明.

解: (1) 由图可知, $\angle DAG, \angle AFB, \angle CDE$ 与 $\angle AED$ 相等;

(2) 选择 $\angle DAG = \angle AED$, 证明如下: 由正方形 $ABCD$ 得 $\angle DAB = \angle B = 90^\circ, AD = AB$, $\therefore AF = DE$, 在

$$\triangle DAE \text{ 与 } \triangle ABF \text{ 中, } \begin{cases} AD=AB \\ \angle DAE = \angle B = 90^\circ, \\ DE=AF \end{cases}$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle DAE \cong \text{Rt}\triangle ABF (\text{HL}), \therefore \angle ADE = \angle BAF,$$

$$\therefore \angle DAG + \angle BAF = 90^\circ, \angle GDA + \angle AED = 90^\circ,$$

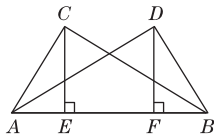
$$\therefore \angle DAG = \angle AED.$$

III 探究培优 · 拓展练 (点拨见 175 页)

课后选练

拔尖角度1 利用全等三角形的判定和性质进行综合证明

13. 如图, $AC \perp BC, AD \perp BD, AD=BC, CE \perp AB, DF \perp AB$, 垂足分别是 E, F . 求证 $CE=DF$.



(第 13 题)

证明: $\because AC \perp BC, AD \perp BD$,

$$\therefore \angle ACB = \angle ADB = 90^\circ.$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ABC \text{ 和 } \text{Rt}\triangle BAD \text{ 中, } \begin{cases} AB=BA, \\ BC=AD, \end{cases}$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle BAD (\text{HL}), \therefore \angle CBE = \angle DAF.$$

$$\because CE \perp AB, DF \perp AB,$$

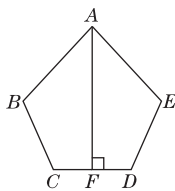
$$\therefore \angle CEB = 90^\circ, \angle DFA = 90^\circ.$$

$$\text{在 } \triangle BCE \text{ 和 } \triangle ADF \text{ 中, } \begin{cases} \angle CEB = \angle DFA = 90^\circ, \\ \angle CBE = \angle DAF, \\ BC = AD, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BCE \cong \triangle ADF (\text{AAS}), \therefore CE = DF.$$

拔尖角度2 利用构造全等三角形证中点

14. 如图, 已知 $AB=AE, \angle B = \angle E, BC=ED, AF \perp CD$. 求证: F 是 CD 的中点.



(第 14 题)

证明: 连接 AC, AD .

$$\text{在 } \triangle ABC \text{ 和 } \triangle AED \text{ 中, } \begin{cases} AB=AE, \\ \angle B = \angle E, \\ BC=ED, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle AED (\text{SAS}), \therefore AC = AD.$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ACF \text{ 和 } \text{Rt}\triangle ADF \text{ 中, } \begin{cases} AC=AD, \\ AF=AF, \end{cases}$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ACF \cong \text{Rt}\triangle ADF (\text{HL}), \therefore CF = DF.$$

即 F 为 CD 中点.